



UNIWERSYTET
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**II edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2014/15

II etap

Zadanie 1.

Rozważmy tor w kształcie okręgu, którego długość wynosi 80 cm. Po nim przemieszczają się punkty X i Y. Jeżeli ich kierunki ruchu są przeciwne, to mijają się co dwie sekundy, jeżeli natomiast są zgodne, to X wyprzedza Y co pięć sekund. Jaka jest prędkość punktu X, a jaka punktu Y?

Zadanie 2.

Zapisano k liczb różnych od zera. Wiedząc, że każda z nich jest równa połowie sumy wszystkich pozostałych liczb, uzasadnij, że jedyną liczbą k spełniającą warunki zadania jest liczba 3.

Zadanie 3.

Sporządź wykres funkcji $y = \sqrt{x \cdot \frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x} + 1} - \sqrt{\frac{1+x^2}{2x} - 1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x} + 1} + \sqrt{\frac{1+x^2}{2x} - 1}}}$.

Zadanie 4.

Wykaż, że nie istnieje trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości będące liczbami naturalnymi i każda z nich przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1.

Zadanie 5.

Z dziesięciu zapalek można bez trudu ułożyć dwa pięciokąty. A jak ułożyć z nich dwa pięciokąty i pięć trójkątów? (Zapałki mają tę samą długość i nie można ich łamać)

Termin oddania 9.12.2014.