VII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.

UNIWERSYTET JAGIELLOŃSKI W KRAKOWIE

rok szkolny 2019/20

II etap

1. Oblicz wartość wyrażenia:

$$\left(\frac{\left(x^2+a^2\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(x^2-a^2\right)^{-\frac{1}{2}}}{\left(x^2+a^2\right)^{-\frac{1}{2}}-\left(x^2-a^2\right)^{-\frac{1}{2}}}\right)^{-2}$$ dla $x=a\left(\frac{m^2+n^2}{2mn}\right)^{\frac{1}{2}}$ przy czym $a>0$, $m>n>0$

2. Rozwiąż równanie

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}$$

3. Wstaw odpowiednie cyfry w miejsce liter, aby powstało poprawne dzielenie:

```
      GG
GLUM : SAD
- GUM
  GUM
- GUM
    =
```

4. Dwaj uczniowie na przemian podają coraz większe liczby naturalne. Rozpoczynający grę pisze liczbę 2. Każdy następny ruch wykonywany jest według zasady: podana liczba musi być większa od poprzedniej, a jednocześnie mniejsza od dwukrotności poprzedniej. Wygrywa ten, który pierwszy poda liczbę 1991. Który z zawodników ma strategię wygrywającą?

5. Dla liczby naturalnej n przez $p(n)$ oznaczamy iloczyn cyfr liczby n.
Na przykład $p(23) = 6$, $p(100) = 0$, $p(1999) = 729$.
Oblicz: $p(1) + p(2) + p(3) + \ldots + p(100)$.

Termin oddania 06.12.2019