



UNIwersytet
JAGIELLOŃSKI
W KRAKOWIE

**XIII edycja szkolnego konkursu
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

rok szkolny 2025/26

I etap

1. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b, c, d zachodzi nierówność

$$(a + b + c + d)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) + 6ab.$$

2. Rozwiąż równanie

$$x^2 + y^2 + 1 = xy + x + y.$$

3. Znajdź wszystkie rozwiązania równania

$$25^n + 4^n + 1 = 10^n + 5^n + 2^n$$

będące liczbami całkowitymi.

4. Udowodnij, że układ równań

$$\begin{cases} k^2 + 2l = 19 \\ l^2 + 2m = 9 \\ m^2 + 2k = 8 \end{cases}$$

nie ma rozwiązań w liczbach całkowitych.

5. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $AC=BC$ oraz $\sphericalangle ACB = 80^\circ$. Wewnątrz tego trójkąta wybrano taki punkt P , że $\sphericalangle BAP = 30^\circ$ oraz $\sphericalangle ABP = 10^\circ$. Oblicz miarę kąta BPC .