



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**XIII edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2025/26*

**VI etap**

1. Wykaż, że nie istnieje styczna do krzywej  $y = 4 \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right)$ , która jest prostopadła do prostej:  $24y + x - 12 = 0$ .
2. Trójkąt równoramienny o obwodzie 36cm obraca się wokół prostej zawierającej podstawę trójkąta. Jakie powinny być wymiary tego trójkąta, aby objętość powstałej bryły była największa?
3. Udowodnij, że jedyną liczbą pierwszą  $p$ , taką że liczba  $p^2 + 2$  też jest pierwsza jest  $p = 3$ .
4. Ile jest sześciocyfrowych liczb naturalnych, w których liczba cyfr parzystych jest równa liczbie cyfr nieparzystych?
5. Odległości punktu  $P$ , leżącego wewnątrz kwadratu, od trzech jego wierzchołków wynoszą odpowiednio 35 cm, 35 cm, 49 cm. Oblicz odległość punktu  $P$  od czwartego wierzchołka kwadratu.

Termin oddania 30.03.2026