



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**IX edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2021/22*

**IV etap**

1. Dowieść, że jeżeli  $x, y \geq 0$ , to  $(xy + 2x + 2y + 4)(x + y) \geq 16xy$ .
2. Boki trójkąta mają długości 4, 6, i 8. W jakim stosunku punkt przecięcia dwusiecznych dzieli poszczególne dwusieczne?
3. Rozwiąż równanie 
$$\begin{vmatrix} 4 & 3 & 4 \\ x+1 & 1 & 0 \\ x+2 & x & x+2 \end{vmatrix} = 0.$$
4. Odcinek łączący środki boków nierównoległych trapezu rozcina go na dwie figury o polach 4 i 6. Oblicz pola figur, na które rozcina ten sam trapez jego przekątna.
5. Wiedząc, że  $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} + \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 7$ , oblicz  $\cos^2 2\alpha$ .