



UNIwersytet  
JAGIELLOŃSKI  
W KRAKOWIE

**IX edycja szkolnego konkursu  
„O jeden poziom abstrakcji wyżej”  
objętego patronatem Dziekana Wydziału Matematyki  
i Informatyki Uniwersytetu Jagiellońskiego.**

*rok szkolny 2021/22*

**VI etap**

1. Rozwiąż równanie  $|\cos x|^{2\cos x+1} = 1$

2. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych  $(x, y)$  spełniające równanie

$$(x - 2y - 1)(x + 2y + 1) = 3.$$

3. Suma wszystkich współczynników wielomianu  $W(x)$  jest równa  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{-2-n} + 2^{1-2n}}{5^{2-n} + 2^{-1-2n}}$ .

Suma współczynników przy parzystych potęgach zmiennej  $x$  jest 3 razy większa niż suma współczynników przy potęgach nieparzystych. Znajdź resztę z dzielenia wielomianu  $W(x)$  przez  $x^2 - 1$ .

4. Ile jest sześciocyfrowych liczb naturalnych, w których występuje każda z cyfr 0, 1, 2, 3, 4, 5? Ile jest wśród nich liczb parzystych, a ile liczb pierwszych?

5. Udowodnij, że jedyną liczbą pierwszą  $p$  taką, że liczba  $p^2 + 2$  też jest pierwsza, jest  $p = 3$

Termin oddania 28.03.2022.